STABILISIERUNG DES DEMULTIPLEN PROZESSES NACH CLAERBOUT

VON

H. WACHHOLZ*)

Für ebene Wellen und horizontale Schichtung ohne Noise mit einem Einheitsimpuls für $t=0$ und normierter Reflexionskoeffizientenspur R_i hat Claerbout 1968 einen Einspur-Demultiplenprozeß angegeben. Er benutzt das Levinson'sche Verfahren, um aus einer Spur R_i die multiplenfreien Reflexionen r_i zu ermitteln.

$$r_i = \frac{\rho_i V_i - \rho_{i+1} V_{i+1}}{\rho_i V_i + \rho_{i+1} V_{i+1}}$$

Claerbout zeigt, daß man aus einem Gleichungssystem

$$\begin{pmatrix} 1 & R_1 & R_2 \ldots R_K \\ R_1 & 1 & R_1 \ldots R_{K-1} \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ R_K & R_{K-1} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ a_{1,K} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ -r_K \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \prod\limits_{i=1}^{n} (1-r_i^2) \\ 0 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ 0 \end{pmatrix}$$

die multiplenfreien Reflexionen r_i gewinnen kann. Da die Matrix die Toeplitz-Form hat, wird hier das Levinson-Verfahren angewandt. Dieses Gleichungssystem wird erfahrungsgemäß instabil, sofern die R_i mit Noise und sonstigen Fehlern behaftet sind.

Es wird hier versucht, den Demultiplen-Prozeß abzuschwächen und damit eine Stabilität zu erreichen. Um die Stelle zu finden, wo der Schwächungsfaktor angesetzt wird, soll hier der Algorithmus noch einmal hingeschrieben werden. Er beginnt mit $n=o$, d. h. $\beta_o = 1$.

Ist $\begin{pmatrix} 1 \\ a_{1,n} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ a_{n,n} \end{pmatrix}$ bekannt, so errechnet sich: $\begin{pmatrix} 1 \\ a_{1,n+1} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ a_{n+1,n+1} \end{pmatrix}$ mit $\beta'_n = \sum\limits_{v=o}^{n} a_{v,n} R_{n+1-v}$

*) PRAKLA-SEISMOS GmbH, Hannover

und $$k_n = -\frac{\beta'_n}{\beta_n} = r_{n+1}$$

und $$\beta_{n+1} = \beta_n - \frac{\beta'^2_n}{\beta_n} = \beta_n\left(1 - \frac{\beta'^2_n}{\beta^2_n}\right) = \beta_n(1 - r^2_{n+1}) = \overset{n+1}{\underset{i=1}{\pi}}(1 - r^2_i)$$

Beim Levinson-Verfahren errechnet sich immer der Vektor $a_{v,\,n+1}$ aus dem Vektor $a_{v,\,n}$ nach folgender Matrix-Formel:

$$\begin{pmatrix} 1 \\ a_{1,n+1} \\ a_{2,n+2} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ a_{n+1,n+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ a_{1,n} + k_n\, a_{n,n} \\ a_{2,n} + k_n\, a_{n-1,n} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ k_n \end{pmatrix}$$

Hierbei ist immer $a_{n,n}$ gleich $-r_n$, und $r_n =$ der multiplenfreie Reflexionskoeffizient zur Zeit $n \cdot \Delta$ t. Da man mit $n = 1$ beginnend alle Werte von n durchläuft, gewinnt man alle $r_k = -a_{K,K}$ wenn man alle $-a_{K,K}$, sobald sie auftreten, wegspeichert. Diese Lösung von Claerbout nach den vorhergehenden Formeln führt zu exakten Werten von r_i, sofern die R_i fehlerfrei sind. In der Praxis beinhalten die R_i neben den r_i und den Multiplen auch Noise. Dies führt zu Fehlern in der Bestimmung der r_i.

Diese Fehler addieren sich bei der Berechnung der Multiplen, sofern sie aus hohen Produkten der r_i aufgebaut sind. Dies führt zur Instabilität des Gleichungssystems.

Das Ziel dieser Arbeit ist es, den Einfluß der Multiplen so zu schwächen, daß das Gleichungssystem stabil bleibt.

Man kann zeigen, daß

$\beta'_n = R_n -$ Summe aller Multiplen für $t = n\Delta t$ ist ($=$ ankommende Primärreflexion).
Es war $k_n = -r_{n+1}$

Führt man einen Faktor $b < 1$ hinzu, so erhält man

$$k_n = -br'_{n+1}$$

Durch entsprechende Größe von b können Multiple höherer Ordnung entsprechend abgeschwächt und die Stabilität des Gleichungssystems erzwungen werden. Im Grenzfall $b = 0$ ändert sich an der Spur R_i gar nichts.

LITERATURHINWEIS

Claerbout Jan F.: Synthesis of a layered medium from its acoustic transmission response. Geophysics April 1968, Vol. 33 No. 2, p. 264–269