MIGRATION MIT HILFE DER STRAHLENGLEICHUNG

VON

J. SATTLEGGER*)

1. EINFÜHRUNG

Die Teufenumrechnung oder ‚Migration' seismischer Reflexionshorizonte ist eine bei der Auswertung seismischer Messungen immer wiederkehrende Aufgabe. Dabei weist der Ausdruck ‚Migration' auf die laterale Verschiebung hin, die die Reflexionselemente bei der Umrechnung in Teufe erfahren.

Die Aufgabe der Migration kann in zwei oder drei Dimensionen zu lösen sein:

- zweidimensionale Migration der in den Profilen eines Meßgebietes ausgewerteten Horizontsegmente
- dreidimensionale Migration der vom Auswerter gezeichneten Isochronenpläne.

Obwohl wichtige Gründe, wie das unterschiedliche Streichen der wesentliche Geschwindigkeitskontraste definierenden Gleithorizonte und nicht normal zum Streichen geschossene Profile, für eine dreidimensionale Bearbeitung sprechen, wird die zweidimensionale Migration nach wie vor am häufigsten angewendet. Die Gründe liegen sicher in der leichteren Überschaubarkeit, in der Möglichkeit, auch bei einer Migration mit Hilfe eines Rechners den Auswerter in den Migrationsvorgang interaktiv eingreifen zu lassen und die noch immer hohen Kosten der dreidimensionalen Verfahren.

Bei der Kartierung der durch zweidimensionale Migration erhaltenen Teufen muß der Einfluß der Neigung quer zu den Ebenen der Profile näherungsweise aufgrund von Informationen aus den jeweiligen Querprofilen berücksichtigt werden (Konstruieren von Spurlinien). Dabei verbleiben in den Profilschnittpunkten im allgemeinen restliche Teufenfehler, die beim Konstruieren der Tiefenlinien ausgeglichen werden müssen.

Vor der Zeit der digitalen Rechenanlagen wurden zahlreiche zwei- und auch dreidimensionale Verfahren entwickelt, die mit Hilfe des Rechenschiebers, mit Hilfe von Nomogrammen und analogen Rechengeräten durchgeführt werden konnten.

In den USA waren beispielsweise Verfahren gebräuchlich, die im Fall einer geschlossen als Funktion der Teufe oder Zeit darstellbaren Geschwindigkeitsverteilung angewendet werden können. Die Wellenfront-Diagramme sind dafür ein Beispiel (Jakosky 1950, Musgrave 1961). Ein Wellenfront-Diagramm gilt jeweils für eine Geschwindigkeitsfunktion mit bestimmten, festen Parametern und besteht aus 2 orthogonalen Kurvenscharen, in die man mit dem Zeitgradienten und der Laufzeit eingeht. Es ergibt sich daraus die Lage des Reflexionselementes relativ zum Schußpunkt. Laterale Geschwindigkeitsänderungen und Gleithorizonte können nur

*) SATTLEGGER INGENIEURBÜRO FÜR ANGEWANDTE GEOPHYSIK, Meppen

schwer berücksichtigt werden. In den USA waren solche Verfahren aber wegen der einfachen Verhältnisse in den damals vorwiegend interessierenden Gebieten von Texas, Louisiana und dem Golf von Mexiko gut anwendbar.

In Norddeutschland waren wegen der komplizierten geologischen Verhältnisse mit

- hohen Geschwindigkeitskontrasten an den hauptsächlichen Formationsgrenzen (Gleithorizonten) wie Tertiärbasis, Oberkreidebasis usw.
- komplizierten Geschwindigkeitsgesetzen innerhalb der Formationen (z. B. Abhängigkeit der Geschwindigkeit Oberkreide vom Hangenddruck; früher durch die sogenannte ‚Holsteinkurve' beschrieben)
- Salztektonik

diese Verfahren von Anfang an nicht ausreichend.

Deshalb wurden in Deutschland schon früh Verfahren zur Berücksichtigung von komplizierten Geschwindigkeitsverteilungen und Gleithorizonten entwickelt. In den fünfziger Jahren wurde

- bei SEISMOS GmbH nach einem Verfahren der Brechungskorrektur nach Krey (x-Wert-Methode, Krey 1951, 1954)
- bei PRAKLA nach dem Tangentenverfahren von Baumgarte (Baumgarte 1955)

gearbeitet. In beiden Fällen konnten Gleithorizonte und deren Neigung sowie kontinuierlich veränderliche Geschwindigkeiten innerhalb der Formationen berücksichtigt werden. Die Anwendung der Methode der Brechungskorrektur nach Krey wurde durch ein sogenanntes ‚Krey'sches Brechungslineal' erleichtert. Für das Verfahren nach Baumgarte waren Stangenzirkel und Rechenschieber erforderlich.

Bei PRAKLA wurde gegen Ende der fünfziger Jahre sogar ein manuelles Verfahren zur dreidimensionalen Migration von Isochronenplänen unter Berücksichtigung von Gleithorizonten entwickelt. Zur Berechnung der Brechung an den Gleithorizonten diente ein sogenannter ‚Snellius-Rechner'. Das Verfahren war naturgemäß außerordentlich arbeitsaufwendig und es waren drei Bearbeiterinnen gleichzeitig tätig.

Alle oben genannten Verfahren sind aus der Strahlentheorie abzuleiten. Zur Weiterverarbeitung des in den ausgewerteten seismischen Horizonten noch vorhandenen Informationsgehalts reicht die Strahlentheorie vollkommen aus. Sie hat den Vorteil der Einfachheit und Anschaulichkeit für den Bearbeiter, der den Migrationsvorgang anhand der etwa ausgegebenen Strahlenwege nachvollziehen kann.

Auch die für Rechenanlagen geeigneten Verfahren lassen sich aus der Strahlentheorie ableiten. Mit Hilfe von Rechenanlagen lassen sich natürlich noch kompliziertere Geschwindigkeitsverteilungen innerhalb der Formationen und noch mehr Gleithorizonte, Störungen u. dgl. berücksichtigen.

Anfang der sechziger Jahre wurde bei der damaligen PRAKLA GmbH das Verfahren von Baumgarte auf der Rechenanlage ELLIOTT 803 implementiert. Dieses Programm war unter dem Namen SRZ3 bis 1980 in Anwendung. Es hat natürlich die Arbeit der Auswertegruppen wesentlich erleichtert.

Um das Jahr 1964 wurde bei der C. DEILMANN AG (damals C. Deilmann Bergbau GmbH) ein strahlentheoretisches Verfahren in zwei und drei Dimensionen implementiert (Sattlegger 1964).

Zur dreidimensionalen Migration von Isochronenplänen gibt es seit 1977 bei PRAKLA-SEISMOS GmbH ein Verfahren auf strahlentheoretischer Grundlage und bei SATTLEGGER ein Verfahren mit Hilfe eines Operators, der ebenfalls aus strahlentheoretischen Überlegungen abgeleitet werden kann. Beide Verfahren erfordern große Rechenanlagen.

Seit 1980 wird bei PRAKLA-SEISMOS GmbH ein zweidimensionales Verfahren angewendet, das es dem Auswerter ermöglicht, die Migration eines ausgewerteten Profiles in Teilen durchzuführen und Horizonte und Geschwindigkeiten interaktiv zu ändern. Dies erlaubt, die Auswirkung verschiedener möglicher Auswertungen wesentlicher Gleithorizonte und verschiedener Annahmen über die Geschwindigkeiten auf das Ergebnis zu untersuchen. Als Hilfsmittel können für einzelne Horizontsegmente die Strahlen dargestellt werden.

Im Folgenden wird

- die allgemeine Strahlengleichung vorgestellt und diskutiert
- ihre Anwendung beschrieben und
- ein Ausschnitt eines strahlentheoretisch migrierten Profiles gezeigt.

2. DIE STRAHLENGLEICHUNG

Eine ausführliche Ableitung der Strahlengleichung aus dem Prinzip von Fermat findet man in (Sattlegger 1964).

Mit den Bezeichnungen (siehe auch Figur 1)

$x(t)$ Ortsvektor des Strahles als Funktion einer einfachen Zeit t mit den Komponenten (x_1, x_2) in zwei Dimensionen bzw. (x_1, x_2, x_3) in drei Dimensionen

t einfache Zeit

$\dot{x}$, $\ddot{x}$ Ableitungen nach der Zeit t

v Geschwindigkeit, eine einmal stetig differenzierbare Funktion $v(x)$ des Ortes

kann man die Strahlengleichung wie folgt anschreiben:

$$\ddot{x} = \frac{2}{v}\left(\frac{\partial v}{\partial x}\dot{x}\right)\dot{x} - v\frac{\partial v}{\partial x} \tag{1}$$

dabei ist

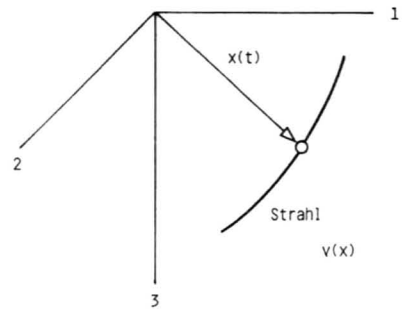
$$\frac{\partial v}{\partial x}x = \frac{\partial v}{\partial x_1}x_1 + \frac{\partial v}{\partial x_2}x_2 + \frac{\partial v}{\partial x_3}x_3 \tag{2}$$

Es ist aufschlußreich, die Strahlengleichung (1) zu diskutieren. So, wie die Strahlengleichung (1) angeschrieben ist, ergibt sich links die zweite Ableitung des Ortsvektors des Strahles nach der Zeit (Beschleunigung). Die zweite Ableitung gibt die Krümmung oder Richtungsänderung des Strahles in dem betrachteten Punkt an.

Auf der rechten Seite der Strahlengleichung kommen

- ○ die Geschwindigkeit und ihre Ableitung nach den Koordinatenrichtungen, also der Geschwindigkeitsgradient (s. Figur 1)
- ○ die erste Ableitung des Ortsvektors nach der Zeit, also das Produkt aus Richtung des Strahles und örtlicher Geschwindigkeit

vor. Diese Größen können in einem Punkt des Strahles als bekannt vorausgesetzt werden.



Figur 1: Koordinatensystem (1, 2, 3), zeitabhängiger Ortsvektor x(t) des seismischen Strahles, dreidimensionale Geschwindigkeitsverteilung v(x)

Man erkennt an der Gleichung, daß hinsichtlich der Geschwindigkeitsverteilung nur Stetigkeit und einmalige stetige Differenzierbarkeit vorausgesetzt zu werden brauchen. Im übrigen ist die Gleichung auf jede beliebige Geschwindigkeitsverteilung anwendbar.

Die Forderung der Stetigkeit und stetigen Differenzierbarkeit ist natürlich über die Gleithorizonte hinweg nicht erfüllt.

Die Strahlengleichung ist also nur innerhalb der Formationen anzuwenden.

Zusammenfassend: Kennt man in einem Punkt die Richtung des seismischen Strahles, die Geschwindigkeit und ihren Gradienten, so kann man den Beschleunigungsvektor oder die Krümmung des Strahles berechnen. Kenntnis der Krümmung des Strahles erlaubt die Berechnung seiner Richtung in einem benachbarten Punkt.

Anschaulich läßt sich die Anwendung der Strahlengleichung (1) am besten durch Entwicklung einer Taylorreihe erläutern. Gegeben seien Punkt und Richtung eines Strahles zu einem Zeitpunkt t:

$$x(t)$$
$$\dot{x}(t)$$

Die Geschwindigkeit in diesem Punkt und ihre Ableitung können aus der als bekannt vorausgesetzten Geschwindigkeitsverteilung ermittelt werden:

$$v(x)$$

Zu berechnen seien Punkt und Richtung des Strahles zu einem geringfügig späteren Zeitpunkt $t + \Delta t$:

$$x(t + \Delta t)$$
$$\dot{x}(t + \Delta t)$$

Man kann schreiben:

$$\begin{aligned} x(t + \Delta t) &= x(t) + \dot{x}(t)\,\Delta t + \frac{1}{2}\ddot{x}(t)\,\Delta t^2 + \ldots \\ \dot{x}(t + \Delta t) &= \dot{x}(t) + \ddot{x}(t)\,\Delta t + \ldots \end{aligned} \tag{3}$$

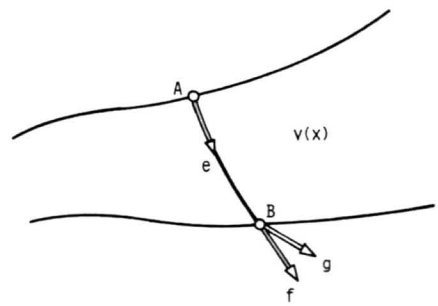
In beiden Gleichungen (3) können die zweiten Ableitungen $\ddot{x}$ aus der Strahlengleichung (1) berechnet werden. Glieder höherer als zweiter bzw. erster Ordnung kann man bei kleinem Δt vernachlässigen.

In dem Punkt $x(t + \Delta t)$ kann man das gleiche Verfahren anwenden, um zu einem weiteren Punkt des Strahles $x(t + 2\Delta t)$ fortzuschreiten usw. Man kann den Strahl (als Raumkurve) bei beliebiger, kontinuierlicher Geschwindigkeitsverteilung rechnerisch verfolgen (numerische Integration der Strahlengleichung).

Für die praktische Rechnung wendet man anstelle der Taylorentwicklung nach (3) Verfahren an, die eine höhere Genauigkeit und/oder größere Zeitschritte Δt erlauben. Im Prinzip des Verfahrens ändert sich dadurch nichts. So kann man durch weitere Differentiation der Strahlengleichung (1) in den Taylorentwicklungen (3) Glieder höherer Ordnung berücksichtigen (Sattlegger 1964) oder nach anderen numerischen Integrationsverfahren wie z. B. Runge-Kutta (Zurmühl 1965) vorgehen.

3. ANWENDUNGEN DER STRAHLENGLEICHUNG

Für eine Anzahl von durch einfache Formeln darstellbaren Geschwindigkeitsverteilungen ist eine geschlossene Integration der Strahlengleichung (1) möglich (Kaufmann 1953).



Figur 2: Zur Rechnung des gekrümmten Strahles durch eine Formation
e Richtung am oberen Gleithorizont
f Richtung am unteren Gleithorizont
g Richtung am unteren Gleithorizont nach der Brechung

Bei beliebiger Verteilung und Variation der Geschwindigkeiten in allen Koordinatenrichtungen ist die geschlossene Integration unmöglich oder wegen der wiederholt erforderlichen Koordinatentransformation unpraktisch.

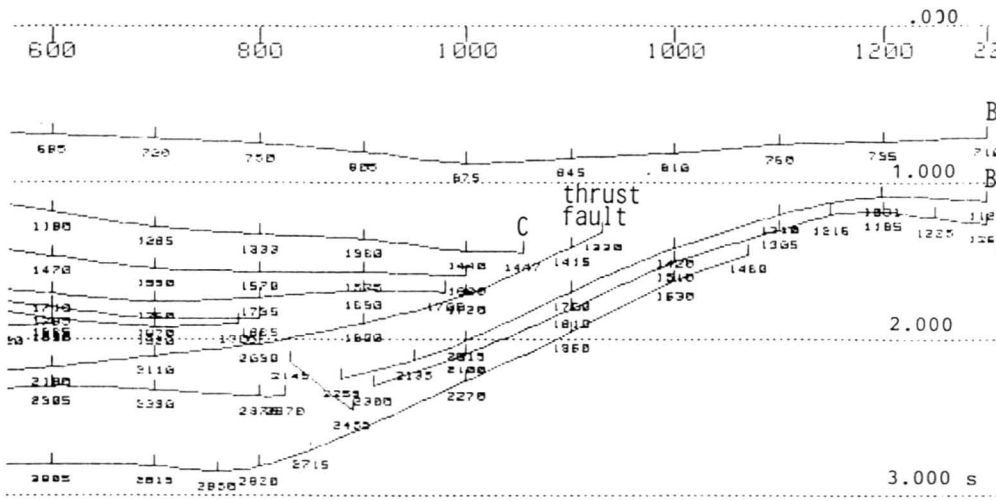
In Figur 2 sind zwei Gleithorizonte und ein Segment eines seismischen Strahles schematisch dargestellt. Setzt man voraus, daß die Richtung des Strahles in Punkt A am oberen Gleithorizont bekannt ist, so kann man diesen bei gegebener Geschwindigkeitsverteilung wie unter Ziffer 2. beschrieben rechnerisch bis Punkt B am unteren Gleithorizont verfolgen. In Punkt B muß natürlich auch die Geschwindigkeit in der nächsten Formation, also unterhalb des Gleithorizontes bekannt sein. Damit kann man die Richtung des Strahles in der nächsten Formation mit Hilfe des Brechungsgesetzes berechnen und erneut mit der Integration beginnen.

Die Anfangsrichtung eines Strahles im Bezugsniveau ergibt sich aus Zeitgradient und Geschwindigkeit.

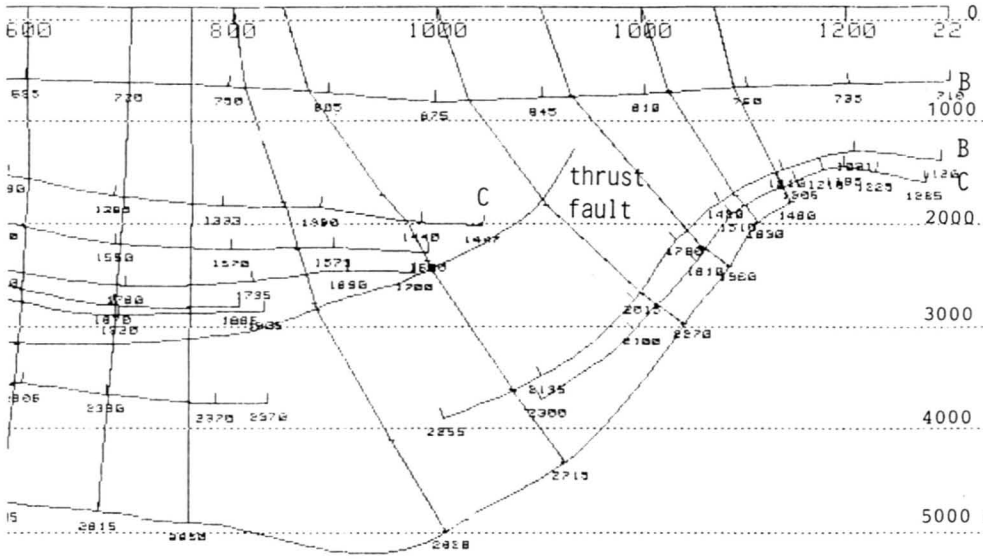
Ein Reflexionselement ist erreicht, wenn die Summe der kleinen Zeitschritte Δt in (3) die halbe Laufzeit erreicht. Mit der Richtung des Strahles ist auch die Neigung des Reflexionselementes gegeben.

Ein seismischer Horizont wird als eine Reihe von einzeln berechneten Reflexionselementen erhalten. Dadurch ist eine Konsistenzprüfung des Ergebnisses möglich; Neigungen der Reflexionselemente und Lagen der Reflexionspunkte müssen einen glatten Horizontverlauf ergeben.

Bei den neueren Verfahren sind die verhältnismäßig einfachen oben beschriebenen Berechnungen zur Berücksichtigung von Störungen, Überschiebungen und Intrusionen in eine verhältnismäßig komplizierte Logik zum Suchen der jeweils anzuwendenden Formations-Geschwindigkeitsfunktion eingebettet. Genauere Ausführungen findet man in (Sattlegger 1980).



Figur 3: Ausschnitt eines Zeitprofils ausgewerteter Horizonte



Figur 4: Dem Profilausschnitt der Figur 3 entsprechender Ausschnitt des migrierten Teufenprofils; für den tiefsten Horizont wurden die Strahlen dargestellt

4. ZWEIDIMENSIONALES MIGRATIONSBEISPIEL

Figur 3 zeigt in einem Ausschnitt ausgewertete Horizonte eines Zeitprofiles.

In Figur 4 ist der entsprechende Ausschnitt des migrierten Teufenprofiles dargestellt. Wie allgemein üblich, sind in beiden Darstellungen an den migrierten Punkten die Laufzeiten angeschrieben.

In dem Profil gibt es deutlich sichtbar eine große Überschiebung. Zur Veranschaulichung für den Auswerter wurden für einen Horizont die Strahlen ausgegeben.

5. ABSCHLIESSENDE BEMERKUNGEN

Wie in der Einführung erwähnt, sind Strahlentheorie und besonders die Strahlengleichung zur Herleitung von Verfahren der Weiterverarbeitung ausgewerteter Horizonte bestens geeignet. Ihre Möglichkeiten sind durch die bisher verfügbaren Methoden bei weitem noch nicht ausgeschöpft.

Strahlentheoretische Verfahren sind schnell hinsichtlich des Rechenaufwandes.

Strahlentheoretische Verfahren sind zweckmäßig für den Auswerter, weil er Probleme an Störungen und Salzüberhängen durch Darstellung der Strahlenwege untersuchen kann.

6. LITERATUR

Baumgarte, 1955, KONSTRUKTIVE DARSTELLUNG VON SEISMISCHEN HORIZONTEN UNTER BERÜCKSICHTIGUNG DER STRAHLENBRECHUNG IM RAUM (Geophysical Prospecting, 126)

Jakosky, 1950, EXPLORATION GEOPHYSICS, 2nd Ed., Trija Publishing Company, Los Angeles

Kaufmann, 1953, VELOCITY FUNCTIONS IN SEISMIC PROSPECTING (Geophysics, 289)

Krey, 1951, AN APPROXIMATE CORRECTION METHOD FOR REFRACTION IN REFLECTION SEISMIC PROSPECTING (Geophysics, 468)

Krey, 1954, EXTENSION TO THREE-DIMENSIONAL PROBLEMS CONCERNING AN APPROXIMATE CORRECTION METHOD FOR REFRACTION IN REFLECTION SEISMIC PROSPECTING (Geophysical Prospecting, 61)

Musgrave, 1961, WAVE-FRONT CHARTS AND THREE-DIMENSIONAL MIGRATIONS (Geophysics, 738)

Sattlegger, 1964, SERIES FOR THREE-DIMENSIONAL MIGRATION IN REFLECTION SEISMIC INTERPRETATION (Geophysical Prospecting, 115)

Sattlegger, 1980, MIGRATION OF SEISMIC INTERFACES, Vortrag auf der 42. EAEG-Tagung in Istanbul

Zurmühl, 1965, PRAKTISCHE MATHEMATIK FÜR INGENIEUR UND PHYSIKER, Springer-Verlag