Die Darstellung von Tiefenlinienplänen beliebig gekrümmter Reflexionshorizonte unter Einschluß der Strahlenbrechung im Raume +)

(Übersetzung aus "Geophysical Prospecting" Vol. V, Nr. 2, S.135-141)

E. Graeser ++)
W. Lode +++)
G. Pott ++++)

Zusammenfassung

Es wird ein Verfahren zur Konstruktion der Tiefenlinienpläne beliebig gekrümmter Reflexionshorizonte aus reflexionsseismischen Messungen besprochen. Dieses Verfahren schließt die Strahlenbrechung im Raum ein und umgeht dabei die Konstruktion irgendwelcher seismischer Profile. Dadurch wird der Arbeitsaufwand auch bei Berücksichtigung der Brechung im Raume an mehreren Horizonten gering. Das Mehrschichtenproblem wird auf den Zweischichtenfall zurückgeführt. Geschwindigkeitsunstetigkeiten werden gleichfalls berücksichtigt.

Einen ersten Überblick über die Lage von Reflexionshorizonten kann man unter Umständen schon durch Betrachtung eines einzigen reflexionsseismischen Profils erhalten. Bei der Konstruktion eines solchen Profils aus den gemessenen L o t z e i t e n bedient man sich gern der sogenannten Tangentenmethode, die - nicht immer mit Recht - voraussetzt, daß die Lotstrahlen in der Profilebene liegen. Die an den jeweiligen Schußpunkten gemessenen Lotzeiten werden nach ent-

---

+) Ein Teil dieser Arbeit wurde von W. Lode auf der Tagung der E.A.E.G. in Hamburg im Mai 1956 vorgetragen.

++) Prof. Dr. habil E. Graeser, Mathem. Inst. der Universität Göttingen, Mitarbeiter der PRAKLA G.m.b.H., Hannover.

+++) W. Lode, PRAKLA G.m.b.H., Hannover.

++++) Dipl.-Phys. G. Pott, PRAKLA G.m.b.H., Hannover.

sprechender Oberflächenkorrektur mit der als bekannt angenommenen Schichtgeschwindigkeit multipliziert und mit den so gewonnenen Strecken Kreise um die entsprechenden Schußpunkte geschlagen. Die E i n h ü l l e n d e dieser Kreise wird durch Tangentenstücke an je zwei benachbarte Kreise angenähert. Sie stellt dann den Schnitt der "Profilebene" mit der reflektierenden Fläche dar.

Den räumlichen Strahlenverlauf berücksichtigt man, indem man mehrere solcher sich schneidender Profile zur Betrachtung heranzieht. In den Schnittpunkten je zweier seismischer Profile kann man in einfachen Fällen mit Hilfe geometrischer Überlegungen "das wahre Einfallen" bestimmen. Mathematisch streng gelingt dies jedoch nur, wenn man die reflektierende Fläche unter dem Schußpunkt als E b e n e annehmen kann. Dieser Spezialfall wurde ausführlich von J. Baumgarte (1) behandelt, der auch ein Verfahren zur Konstruktion angibt, welches aber wegen des mit der Konstruktion verbundenen Zeitaufwandes in der Praxis nur selten anwendbar ist. Außerdem führt dieses Verfahren bei der Bearbeitung von Problemen, wie es beispielsweise Abbildung 1 veranschaulichen soll, zu keiner Lösung.

Eine andere Methode zur Bestimmung beliebig gekrümmter Schichtgrenzen, die eine Erweiterung der allgemein bekannten Spiegelkonstruktionsmethode darstellt, wurde von M. Weber (2) angegeben. Da man aber schon für mittlere Teufenlagen erheblich weite Auslagen für die Seismographen verwenden muß, wird diese Methode im Routine-Betrieb kaum anwendbar sein. Außerdem ist die Webersche Methode nicht anwendbar bei mehreren Reflexionshorizonten.

Im Gegensatz dazu soll hier eine exakte Methode zur Konstruktion von Tiefenlinienplänen beliebig gekrümmter Reflexionshorizonte aus gemessenen L o t z e i t e n angegeben werden. Dieses Verfahren berücksichtigt die Strahlenbrechung im Raume auch bei stückweise konstanter Geschwindigkeit.

Das Verfahren erfordert nicht die eingangs erwähnte Konstruktion seismischer Profilschnitte, sondern es erlaubt aus den mit Hilfe der Lotzeitenpläne entwickelten Lotteufenplänen unmittelbar die Tiefenlinienpläne ohne großen Zeitaufwand zu konstruieren. Da man ferner bei der Anlage der Meßprofile auf der Erdoberfläche auf das Streichen und Fallen der reflektierenden Flächen keine Rücksicht zu nehmen braucht, kann man zur Vermeidung von Flurschäden die Meßprofile an beliebig verlaufende Straßen, Wege oder Feldraine verlegen, falls nicht im Untergrund vorhandene Störungen zu einer anderen Anordnung der Meßpunkte zwingen.

Die Aufgabe, aus dem Lotteufenplan ohne die Darstellung von Profilschnitten unter Berücksichtigung der räumlichen Brechung den zugehörigen Tiefenlinienplan zu konstruieren, wird im folgenden bei konstant gehaltener Intervallgeschwindigkeit exakt gelöst. Es wird gezeigt, daß diese Aufgabe dadurch lösbar ist, daß eine Gerade mit einem Kreis zum Schnitt gebracht wird.

Die Erdoberfläche - genauer, das Konstruktionsniveau - sei durch die Koordinaten x, y, z (x, y) charakterisiert, wobei die x, y-Ebene z. B. in Meereshöhe liegen kann (Abb. 2). Die Reflexionsfläche sei durch die Koordinaten u, v, w (u, v) dargestellt (u ist die x-Koordinate, v die y-Koordinate und w die z-Koordinate). Für jeden Punkt der Erdoberfläche x, y, z (x, y) ist bei konstanter Intervallgeschwindigkeit die Länge des halben Schallweges in der Form

$$R = \sqrt{(u-x)^2 + (v-y)^2 + (w-z)^2}$$

gegeben. Außerdem besteht die Bedingung, daß der von der Reflexionsfläche in den Ursprungsort zurückkehrende Strahl (Lotstrahl) senkrecht auf der Reflexionsfläche stehen muß.

Stellen wir uns die Reflexionsfläche als aus den Fußpunkten (u,v,w) aller dieser Lotstrahlen aufgebaut vor, so können wir uns nachträglich um den Oberflächenpunkt (x,y,z) als Mittelpunkt mit dem maßgebenden Lotstrahlein Kugelflächenstück, das beliebig klein sein kann, konstruiert denken. Die Reflexionsfläche muß dann, wegen der Lotstrahleneigenschaft, ein solches Kugelflächenstück berühren. Die Reflexionsfläche erscheint damit als Hüllfläche aller dieser Kugelflächenstücke und kann nach der allgemeinen Theorie der Hüllflächen ermittelt werden. Dieses geschieht dadurch, daß man die Gleichung der Kugelflächenstücke

$$H \quad (u,v,w;\ x,y) = 0$$

in der x und y die den jeweiligen Mittelpunkt auf der Erdoberfläche charakterisierenden Parameter sind, nach x und y je einmal differenziert und die Ableitungen "Null" setzt.

$$H\ (u,v,w;x,y) = (u-x)^2 + (v-y)^2 + (w-z\ (x,y))^2 - R^2\ (x,y) = 0$$

$$-\frac{1}{2}\ \frac{\partial H}{\partial x} = u-x + (w-z)\ \frac{\partial z}{\partial x} + R\ \frac{\partial R}{\partial x} = 0$$

$$-\frac{1}{2}\ \frac{\partial H}{\partial y} = v-y + (w-z)\ \frac{\partial z}{\partial y} + R\ \frac{\partial R}{\partial y} = 0$$

Setzt man zur Abkürzung:

$$u-x = X;\ v-y = Y;\ w-z = Z,$$

so erhalten die Gleichungen die Form

$$X^2 + Y^2 + Z^2 = R^2$$

$$X = -\frac{\partial z}{\partial x} Z - R\ \frac{\partial R}{\partial x}$$

$$Y = -\frac{\partial z}{\partial y} Z - R\ \frac{\partial R}{\partial y}$$

Es sind also zwei Ebenen miteinander zu schneiden und die Durchstoßpunkte der hierbei entstehenden Schnittgeraden durch eine Kugel zu bestimmen.

Das Gleichungssystem kann auch in der folgenden Form geschrieben werden:

$$\left(\frac{X}{R}\right)^2 + \left(\frac{Y}{R}\right)^2 + \left(\frac{Z}{R}\right)^2 = 1$$

$$\frac{X}{R} = -\frac{\partial z}{\partial x}\frac{Z}{R} - \frac{\partial R}{\partial x}$$

$$\frac{Y}{R} = -\frac{\partial z}{\partial y}\frac{Z}{R} - \frac{\partial R}{\partial y}$$

Das bedeutet: Zwei Ebenen sind zum Schnitt zu bringen, und die entstehende Schnittgerade muß mit der Einheitskugel geschnitten werden.

Für die Praxis kann man für jeden Punkt ohne Einschränkung der Allgemeinheit das Koordinatensystem so wählen, daß

$$x = 0;\ y = 0;\ \frac{\partial z}{\partial x} = 0$$

wird, d. h. daß die Richtung der x-Achse tangential an die Höhenlinien gelegt wird.

Es wird dann

$$\frac{X}{R} = -\frac{\partial R}{\partial x}$$

und demnach ist der Kreis

$$\left(\frac{Y}{R}\right)^2 + \left(\frac{Z}{R}\right)^2 = 1 - \left(\frac{\partial R}{\partial x}\right)^2$$

mit der Geraden $\frac{Y}{R} = -\frac{\partial z}{\partial y}\frac{Z}{R} - \frac{\partial R}{\partial y}$

zum Schnitt zu bringen.

Die Lösung dieses Gleichungssystemes ist mit einfachen mechanischen bzw. elektrischen Apparaten +) möglich, deren jeder einzeln für sich

---

+) Für diese Apparate, die von den Autoren gemeinsam mit Dr.-Ing. habil Vetterlein und von Jezierski konstruiert worden sind, liegen von Seiten der PRAKLA Patentanmeldungen vor.

ohne Benutzung von Kurvenblättern und der damit verbundenen unsicheren Interpolation diese Schnittaufgabe sofort löst und somit die gesuchte Hüllfläche liefert.

Liegt nur eine reflektierende Fläche vor, so ist deren Auffindung nach obigem Gleichungssystem gesichert, da das Gleichungssystem außer den gesuchten Größen X, Y und Z nur aus den Messungen bekannte Daten enthält. R, $\frac{\partial R}{\partial x}$ und $\frac{\partial R}{\partial y}$ können aus dem Lotteufenplan, z und $\frac{\partial z}{\partial y}$ aus dem Höhenlinienplan entnommen werden.

Soll bei einem Zweischichtenproblem der erste Reflektor als brechende Fläche angenommen werden, so geschieht das in zwei Schritten:

1) Nachdem die zur zweiten Reflexionsfläche gehörenden Lotzeiten mit der Schichtgeschwindigkeit des e r s t e n Schichtpaketes multipliziert und aus diesen Größen ein Plan gleicher Lotlängen angelegt worden ist, bestimmt man nach dem oben angegebenen Verfahren die Lage der einzelnen Lote im Raum.

   Die Durchstoßpunkte dieser Lotstrahlen durch den ersten Reflexionshorizont können nun leicht bestimmt werden, da ja der erste Horizont als Tiefenlinienplan vorliegt.

2) Der erste Reflexionshorizont wird anschließend als neue Erdoberfläche (Konstruktionsniveau) und die mit dem Verhältnis der Geschwindigkeiten v_2 / v_1 (v_1 ist die Schichtgeschwindigkeit im ersten Schichtpaket, v_2 die Schichtgeschwindigkeit im zweiten Schichtpaket) gestreckten Restlote als neue Lotstrahlen bezüglich der neuen Erdoberfläche betrachtet (Abb. 3).

Damit ist das Zweischichtenproblem auf das oben behandelte Einschichtenproblem mit beliebig gekrümmter Erdoberfläche zurückgeführt worden. Entsprechend läßt sich der Mehrschichtenfall auf den Einschichtenfall reduzieren.

In der soeben behandelten Brechung an beliebig gekrümmten Flächen ist die von Baumgarte (1) bei stückweise e b e n e n Flächen angewandte und als "Streckung fiktiver Lotstrahlen" bezeichnete Brechung als Spezialfall enthalten.

Damit ist das hier angegebene Verfahren nicht nur ein exaktes Verfahren, um Tiefenlinienpläne beliebig gekrümmter Reflexionshorizonte unter Berücksichtigung des räumlichen Strahlenganges aus reflexionsseismischen Messungen herzustellen, aus denen dann nachträglich Profilschnitte in jeder gewünschten Lage nach rein geologischen Gesichtspunkten entnommen werden können, sondern es lassen sich auch mit einem Minimum an Arbeitsaufwand alle in der Praxis vorkommenden Aufgaben lösen. Eine Erweiterung der beschriebenen Verfahren auf alle stückweise stetigen Geschwindigkeiten für die einzelnen Schichtpakete befindet sich in Bearbeitung.

Literatur

(1) J. Baumgarte "Konstruktive Darstellung von Reflexionshorizonten unter Berücksichtigung der Strahlenbrechung im Raum"

Vortrag, gehalten auf der 6. E.A.E.G.-Tagung, Kopenhagen, Mai 1954,

(2) Max Weber "Die Bestimmung einer beliebig gekrümmten Schichtgrenze aus seismischen Reflexionsmessungen"

Geofisica pura e applicata, 1955, 32, S. 7-11.

(3) H. Kaufmann "Velocity Functions in Seismic Prospecting". Geophysics XVIII (1953), S. 289-297.

(4) C. H. Dix und R. C. Lawler "Computation of Seismic Dips below an Unconformity". Geophysics VIII (1943), S. 105-118.

(5) H. Dürbaum "Possibilities of Constructing True Ray Paths in Reflection Seismic Interpretation". Geophysical Prospecting Vol. I (1953), S. 125-139.

(6) Th. Krey "An Approximate Correction Method for Refraction in Reflection Seismic Prospecting". Geophysics XVI (1951), S. 468-485.

(7) Th. Krey "Extension to Three-dimensional Problems Concerning an Approximate Correction Method for Refraction in Reflection Seismic Prospecting". Geophysical Prospecting, Vol. II (1954), S. 61-72.

(8) F. Romberg "Limitations of the Seismic Method of Mapping Faults". Geophysics XVII (1952), S. 827-842.

(9) M.M.Slotnick "On Seismic Computations with Applications, I". Geophysics I (1936), S. 9-22.

(10) J.Dienesch, H.Richard "Procédés géométriques simples pour construction de coupes sismiques, application". Veröffentlichung der Compagnie Générale de Géophysique, Vortrag gehalten auf der 4. E.A.E.G.-Tagung in Paris, 1953.

(11) B. Favre "Détermination de la position dans l'espace d'un miroir situé sous un réfracteur séparant deux milieux de vitesses différentes, à partir des données d'un tir en croix isolé". Geophysical Prospecting Vol. III (1955), S. 339-349.

(12) L. Krouskij "Bestimmung des wahren Einfallens und der wahren Tiefe reflexionsseismisch ermittelten Schichten". Erdöl und Kohle 2 (1949), S. 489-490.

(13) H. Menzel "Bestimmung der Tiefe und der Neigung einer Schicht bei der reflexionsseismischen Methode". Erdöl und Kohle 3 (1950), S. 473-474.

(14) J.F.de Caleya, H.Closs und H.J.Dürbaum "Berücksichtigung der Brechung in der Reflexionsseismik". Erdöl und Kohle 5 (1952), S. 765-768.

(15) H. Lorenz "Verfahren zur Konstruktion durchlaufender Reflexionshorizonte an steilen Flanken unter Berücksichtigung des gebrochenen Strahlenganges". Gerlands Beiträge zur Geophysik, 63 (1953) S. 99-107.

(16) J.F.de Caleya und R. Köhler "Bemerkungen über die Konstruktion von Tiefenlinienplänen bei stark geneigten Reflexionshorizonten". Erdöl und Kohle 9 (1956), S. 280-282.

(17) W. Brauch "Die Lotzeitkurven in der Reflexionsseismik". Erdöl und Kohle 8 (1955), S. 231-234.

(18) C.H. Dix "Seismic Prospecting for Oil", veröffentlicht bei Harper & Brothers, New York 1952, S. 141-162.

(19) J.J. Jakosky "Exploration Geophysics", 2nd Edition, Los Angeles 1950, S. 639-937.

Hannover, den 5. Juli 1957
Pt/Ko.